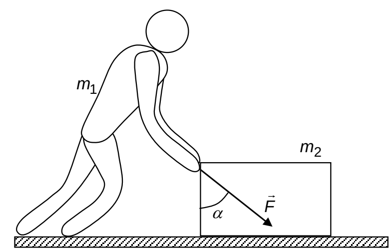
Problema 1

Un om cu masa $m_1 = 70kg$ împinge cu viteză constantă o ladă cu masa $m_2 = 50kg$ sub un unghi $\alpha = 30^o$ faţă de verticală. Forţa de frecare maximă dintre ladă şi sol are valoarea $F_{f_2} = 200N$.

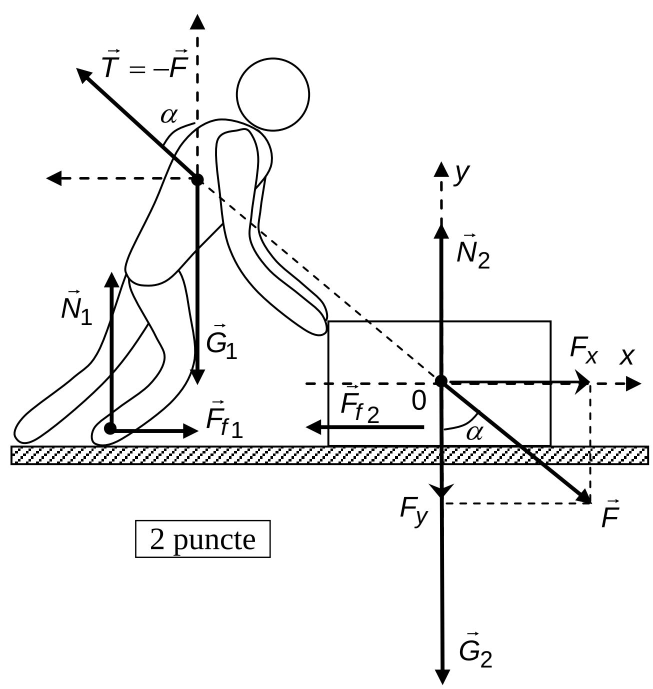


a) Aflaţi valoarea forţei F exercitată de om asupra lăzii.
b) Care este valoarea forţei de frecare dintre tălpile omului şi sol în timpul deplasării lăzii cu viteză constantă?
c) Calculaţi forţa de apăsare exercitată de ladă asupra solului în timpul deplasării acesteia cu viteză constantă.
d) Ce forţă de apăsare exercită omul asupra solului? Se vor neglija efectele de rotaţie, iar acceleraţia gravitaţională este $g = 10N/kg$.

Rezolvare şi barem de notare

a) ***2 puncte***

$$F_x - F_{f_2} = 0$$
$$F_x = F_{f_2} \ (1 \, punct)$$
$$F_x = F \cdot sin\alpha$$
$$F \cdot sin\alpha = F_{f_2} \ (0{,}5 \, puncte)$$
$$F = \frac{F_{f_2}}{sin\alpha} = 400N \ (0{,}5 \, puncte)$$



2 puncte

b) ***1,5 puncte***

$$T \cdot \sin\alpha = F_{f_1} = F \cdot \sin\alpha \ (1 \, punct)$$
$$\Rightarrow F_{f_1} = F_{f_2} = 200N \ (0{,}5 \, puncte)$$

c) ***1,5 puncte***

$$N_2 = F \cdot cos\alpha + G_2 \ (1 \, punct)$$
$$\Rightarrow N_2 = 400\frac{\sqrt{3}}{2} + 500 \cong 846N \ (0{,}5 \, puncte)$$

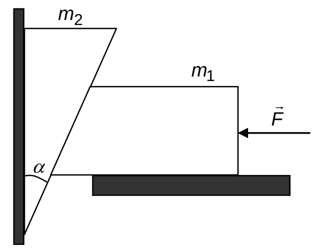
d) ***2 puncte***

$$N_1 + F \cdot cos\alpha - G_1 = 0$$
$$N_1 = G_1 - F \cdot cos\alpha \ (1 \, punct)$$
$$N_1 = 700 - 400\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 354N \ (1 \, punct)$$

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.

Problema 2

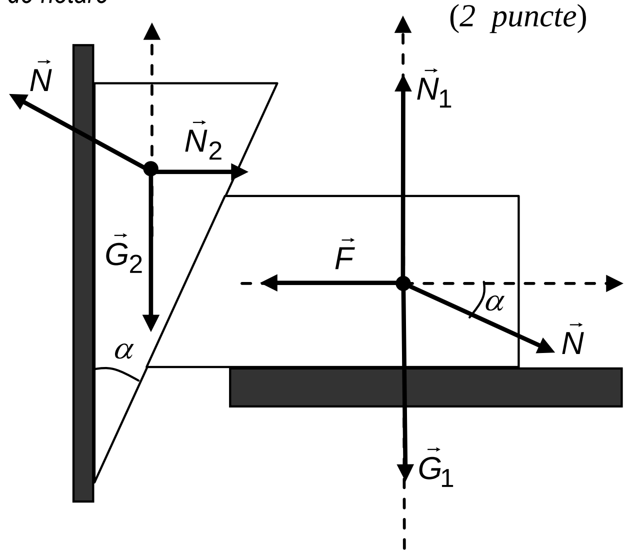
Două corpuri cu masele $m_1 = 2kg$ şi m_2 se află în echilibru sub acţiunea forţei $F = 20N$ ca în figura alăturată. Neglijând frecările, cunoscând $g = 10\frac{N}{kg}$ şi $\alpha = 30^o$, determinaţi:



a) valoarea forţei de apăsare exercitată asupra peretelui vertical;
b) valoarea masei corpului m_2;
c) valoarea forţei cu care corpul m_1 apasă pe suprafaţa orizontală.
d) Care ar fi valoarea vitezei v_2 a corpului m_2 dacă m_1 s-ar deplasa cu viteza $v_1 = 1m/s$?

Rezolvare şi barem de notare

$(2\ \ puncte)$



a) **2 puncte**

$$\left| \begin{array}{l} F = N \cdot cos\alpha \ \ (1\,punct) \\ N_2 = N \cdot cos\alpha = F = 20N \ \ (1\,punct) \end{array} \right.$$

b) ***1,5 puncte***

$$N = \frac{F}{cos\alpha} = \frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{40}{\sqrt{3}} = 23{,}09N \ \ (0{,}5\ puncte)$$

$$m_2 g = N \cdot sin\,\alpha \ \ (0{,}5\ puncte)$$

$$m_2 = \frac{N \cdot sin\,\alpha}{g} \approx 1{,}15kg \ \ (0{,}5\ puncte)$$

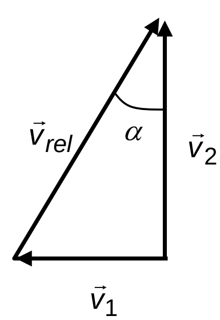
c) ***1,5 puncte***

$$\left| \begin{array}{l} N_1 = G_1 + N \cdot sin\,\alpha \ \ (1\,punct) \\ N_1 = m_1 g + F\dfrac{sin\,\alpha}{cos\alpha} = 20 + 20\dfrac{1}{\sqrt{3}} \cong 31{,}56N \ \ (0{,}5\ puncte) \end{array} \right.$$

d) ***2 puncte***

$$tg\alpha = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{tg\alpha} \cong 1{,}73m/s \ \ (1\,punct)$$

$(1\ punct)$



Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.

Problema 3

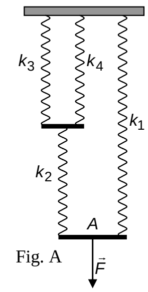


Fig. A

A. Considerăm un sistem de 4 resorturi legate ca în figura A. Constantele elastice ale resorturilor au valorile $k_1 = 2k = 200\dfrac{M}{m}$ şi $k_2 = k_3 = k_4 = k = 100\dfrac{N}{m}$. În punctul A se aplică o forţă $F = 20N$. Calculaţi alungirile fiecărui resort la echilibru.

A – 5 puncte

$(1)\ F = F_{e_1} + F_{e_2}\ \ (0{,}5\ puncte)$ *1 punct*

$(2)\ F_{e_2} = F_{e_3} + F_{e_4}\ \ (0{,}5\ puncte)$

$$\left.\begin{aligned} F_{e_1} &= k_1 \cdot \Delta\ell_1 \\ F_{e_2} &= k_2 \cdot \Delta\ell_2 \\ F_{e_3} &= k_3 \cdot \Delta\ell_3 \\ F_{e_4} &= k_4 \cdot \Delta\ell_4 \end{aligned}\right| (0{,}5\ puncte)$$

$\Delta\ell_4 = \Delta\ell_3\ \ (0{,}5\ puncte)$

$(3)\ \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 + \Delta\ell_3\ \ (0{,}5\ puncte)$

$$(2)\ k_2 \cdot \Delta\ell_2 = (k_3 + k_4)\Delta\ell_3 \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{(k_3+k_4)\Delta\ell_3}{k_2} = 2\Delta\ell_3\ (0{,}5\ puncte)$$

$$(3)\ \Delta\ell_1 = \Delta\ell_3\left(1 + \frac{k_3+k_4}{k_2}\right) = \Delta\ell_3\left(1 + \frac{2k}{k}\right) = 3\Delta\ell_3$$

$$(1)\left|\begin{aligned} F &= k_1 \cdot \Delta\ell_1 + k_2 \cdot \Delta\ell_2 \\ F &= 2k \cdot \Delta\ell_1 + k \cdot \Delta\ell_2 = 2k \cdot 3\Delta\ell_3 + 2k \cdot \Delta\ell_3\ (0{,}5\ puncte) \\ F &= 8k \cdot \Delta\ell_3 \end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta\ell_3 &= \frac{F}{8k} = \frac{20}{800} = \frac{1}{40}m = 2{,}5cm \\ \Delta\ell_2 &= 2\Delta\ell_3 = 5cm \\ \Delta\ell_1 &= 3\Delta\ell_3 = 7{,}5cm \end{aligned}\right\}(0{,}5\ puncte)$$

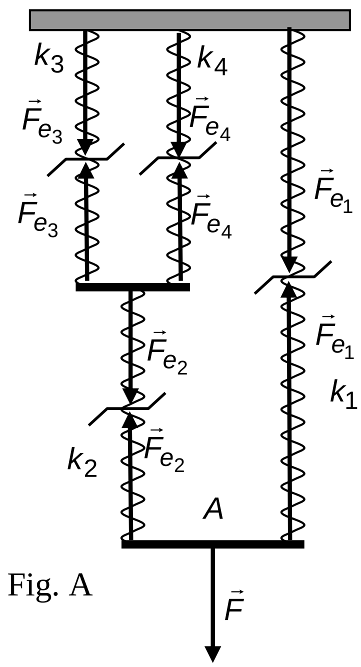


Fig. A

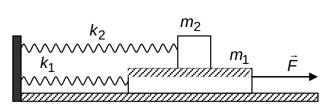


Fig. B.1.

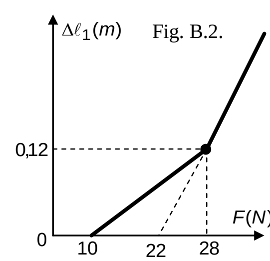


Fig. B.2.

Corpurile m_1, respectiv m_2 din figura B.1. sunt legate de un perete prin resorturi ideale având constantele elastice k_1, respectiv k_2. Corpul m_1 este tras de o forţă F care creşte lent astfel încât corpurile să se poată deplasa la un moment dat cu viteză constantă. Graficul alungirii resortului k_1 în funcţie de valoarea forţei F aplicate este reprezentat în figura B.2. Cunoaştem faptul că forţa de frecare la alunecare dintre cele două corpuri este mai mare decât forţa de frecare la alunecare între m_1 şi sol.

Cerinţe. Cu ajutorul graficului determinaţi:

a) valoarea forţei de frecare la alunecare între m_1 şi sol;

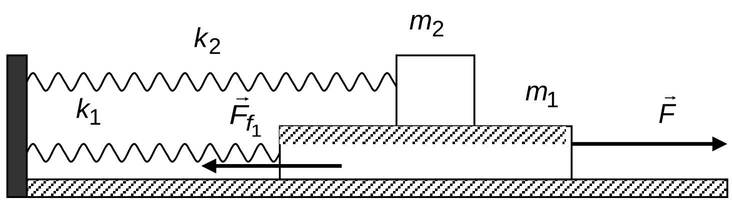
b) constantele elastice k_1, respectiv k_2 ale celor două resorturi.

c) valoarea forţei de frecare la alunecare între m_1 şi m_2 ;

Rezolvare şi barem de notare

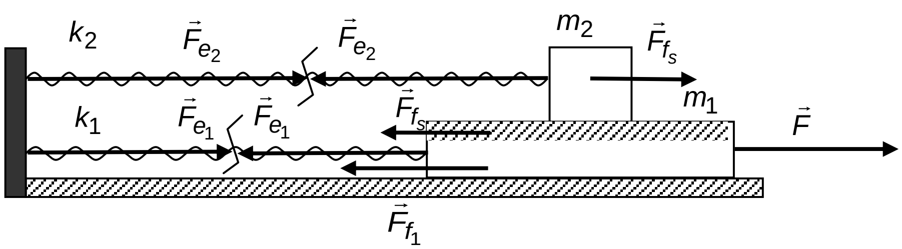
B – 4 puncte

a) Din grafic observăm că pentru o valoare a forţei $F < 10N$ resortul k_1 nu se alungeşte deci ambele corpuri sunt în repaus.



Pentru $F = F_{f_1} = 10N$ corpul de masă m_1 începe să alunece. *(1 punct)*

b) Pentru $F \in [10,28]N$ corpurile se mişcă împreună. (Forţa de frecare dintre cele doua corpuri este statică)



$$F = k_1 \cdot \Delta\ell_1 + k_2 \cdot \Delta\ell_1 + F_{f_1} \Rightarrow k_1 + k_2 = \frac{F - F_{f_1}}{\Delta\ell_1}$$

$k_1 + k_2 = \dfrac{18}{0{,}12} = 150\dfrac{N}{m}$ *(1 punct)*

Când forţa $F = 28N$ corpul m_1 începe să alunece faţă de m_2.

$F_{f_2} = k_2 \cdot \Delta\ell_2$, în acest moment $\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1$ $(0{,}5\ puncte)$

$$F = (k_1 + k_2)\Delta\ell_1 + F_{f_1} = k_1\Delta\ell_1 + F_{f_2} + F_{f_1}$$

$\Delta\ell_1 = \dfrac{F - F_{f_1} - F_{f_2}}{k_1}$ $(0{,}25\ puncte)$

observăm că prelungirea graficului ar corespunde cu situaţia în care $\Delta\ell_1 = 0$, caz în care $F = F_{f_1} + F_{f_2} = 22N$. Înlocuind valorile pentru punctul de pe grafic obţinem $k_1 = \dfrac{28-22}{0{,}12} = 50\dfrac{N}{m}$ *(0,5 puncte)*

Astfel $k_2 = 150 - 50 = 100\dfrac{N}{m}$ *(0,25 puncte)*

c) $F - F_{f_1} - F_{f_2} = 6N \Rightarrow F_{f_2} = 12N$ $(0{,}5\ puncte)$

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.